

Regresi Kuadratik

KUSWANTO-2012

Hubungan non-linier

- **Merupakan hubungan non linier**
 - **Hub non linier** : perubahan pada Y diikuti dengan perubahan yang tidak tetap pada X dalam wilayah yang ditentukan
 - **Contoh** : respon padi terhadap pemupukan, pola pertumbuhan tanaman antar waktu
- **Sedang hubungan linier → perubahan tetap pada seluruh wilayah**

Regresi non linier sederhana

- Untuk hubungan non linier, pemilihan regresi (dan korelasi) yang tepat tergantung bentuk fungsi yang digunakan
- Sebelum menduga model regresi, maka linierkan bentuk yang tidak linier
 - Transformasi variabel (peubah)
 - Membentuk variabel baru

Transformasi variabel

- Bentuk-bentuk yang umum ditemukan di penelitian pertanian

- $Y = \alpha e^{\beta X} \rightarrow Y' = \alpha' + \beta X$

dimana $Y' = \ln Y$, $\alpha' = \ln \alpha$

- $Y = \alpha \beta^X \rightarrow Y' = \alpha' + \beta' X$

dimana $Y' = \log Y$,

$\alpha' = \log \alpha$ dan $\beta' = \log \beta$

- $1/Y = \alpha + \beta X \rightarrow Y' = \alpha + \beta X$

dimana $Y' = 1/Y$

- $Y = \alpha + \beta/X \rightarrow Y' = \alpha + \beta X'$

dimana $X' = 1/X$

- $Y = (\alpha + \beta/X)^{-1} \rightarrow Y' = \alpha + \beta X'$

dimana $Y' = 1/Y$, $X' = 1/X$

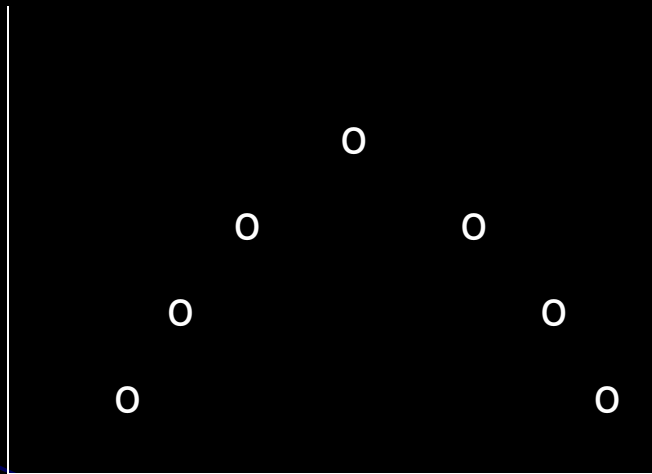
Pembentukan variabel baru

- Hubungan non-linier antara 2 variabel → dilinierkan melalui pembentukan 1 atau lebih variabel, sedemikian rupa sehingga dapat menghitung komponen non-linier dari fungsi aslinya.
- Dalam penelitian pertanian, teknik ini paling banyak digunakan pada derajat polinomial ke-k

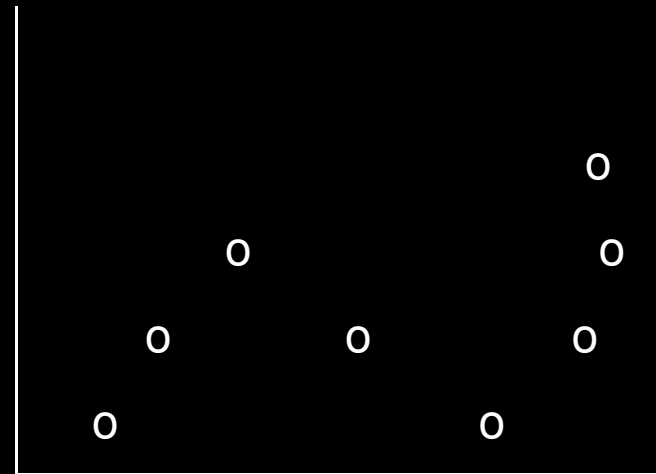
Contoh

- $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \dots + \beta_k X^k$ dapat dilinierkan membentuk peubah baru, misalnya Z_1, Z_2, \dots sehingga \rightarrow
- $Y = \beta_0 + \beta_1 Z_1 + \beta_2 Z_2 + \dots + \beta_k Z_k$
 - Dimana $Z_1 = X, Z_2 = X^2, Z_k = X^k$
- Perhatikan bahwa bentuk tersebut adalah regresi linier berganda, dimana dengan variabel bebas Z_i
- Untuk menduga model regresi tersebut \rightarrow maka digunakan cara pendugaan regresi linier berganda

Contoh

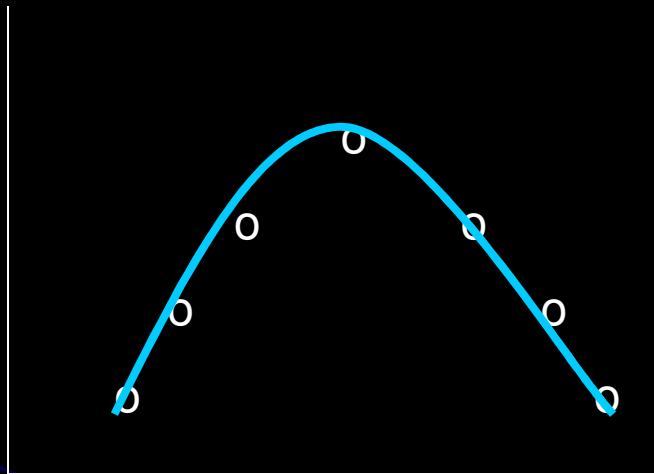


Bentuk Kuadratik

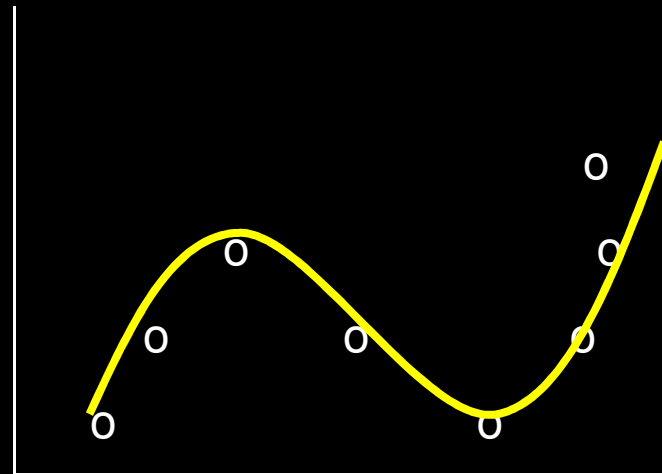


Bentuk Kubik

Bila digambar kurva \rightarrow mungkin



Bentuk Kuadratik



Bentuk Kubik

- Untuk menduga model regresi polinomial berderajat k (kuadratik, kubik dst,) dibutuhkan $n > k + 1$ pasang data
- Bentuk kurva polinomialnya dapat diduga melalui bentuk diagram pencar dari data tersebut
- Perhatikan contoh berikut

Perhitungan regresi kuadratik

- Bentuk umum $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$
- Diduga dengan $Y = b_0 + b_1 X + b_2 X^2$
- Bentuk ini dapat diduga dengan melinierkan menjadi $Y = b_0 + b_1 Z_1 + b_2 Z_2$
- Perhatikan bahwa model baru hasil transformasi tersebut adalah model regresi linier berganda, sehingga dapat dicari dengan pendugaan model regresi linier berganda, menggunakan rumus langsung atau matrik

Contoh Soal: Data respon hasil padi pada pemupukan N

| Nomor Pasangan | Hasil Gabah (kg/ha) Y | N (kg/ha) (X=Z1) | X ² =Z2 |
|----------------|-----------------------|------------------|--------------------|
| 1 | 4,878 | 0 | 0 |
| 2 | 5,506 | 30 | 900 |
| 3 | 6,083 | 60 | 3.600 |
| 4 | 6,291 | 90 | 8.100 |
| 5 | 6.361 | 120 | 14.400 |

Perhatikan bahwa variabel X sudah diganti dengan Z dan X2 diganti dengan Z2. Dengan demikian kerjakan menurut regresi linier berganda

Isi total, rata, jumlah kuadrat

| No | Y | Z1 | Z2 | YZ1 | YZ2 | Z1Z2 |
|--------------|-------------------|--------------|------------------|-----|-----|------|
| 1 | 4,878 | 0 | 0 | | | |
| 2 | 5,506 | 30 | 900 | | | |
| 3 | 6,083 | 60 | 3.600 | | | |
| 4 | 6,291 | 90 | 8.100 | | | |
| 5 | 6.361 | 120 | 14.400 | | | |
| Total | 6383,758 | 300 | 27000 | | | |
| Rata2 | 2127,91933 | 100 | 9000 | | | |
| Jk | 40462451,7 | 27000 | 286740000 | | | |

Isi YZ1

| No | Y | Z1 | Z2 | YZ1 | YZ2 | Z1Z2 |
|--------------|-------------------|--------------|------------------|----------|-----|------|
| 1 | 4,878 | 0 | 0 | 0 | | |
| 2 | 5,506 | 30 | 900 | 165,18 | | |
| 3 | 6,083 | 60 | 3.600 | 364,98 | | |
| 4 | 6,291 | 90 | 8.100 | 566,19 | | |
| 5 | 6.361 | 120 | 14.400 | 763320 | | |
| Total | 6383,758 | 300 | 27000 | 764416,4 | | |
| Rata2 | 2127,91933 | 100 | 9000 | 254805,5 | | |
| Jk | 40462451,7 | 27000 | 286740000 | | | |

Isi YZ2

| No | Y | Z1 | Z2 | YZ1 | YZ2 | Z1Z2 |
|--------------|-------------------|--------------|------------------|----------|----------|------|
| 1 | 4,878 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 2 | 5,506 | 30 | 900 | 165,18 | 4955,4 | |
| 3 | 6,083 | 60 | 3.600 | 364,98 | 21898,8 | |
| 4 | 6,291 | 90 | 8.100 | 566,19 | 50957,1 | |
| 5 | 6.361 | 120 | 14.400 | 763320 | 91598400 | |
| Total | 6383,758 | 300 | 27000 | 764416,4 | 91676211 | |
| Rata2 | 2127,91933 | 100 | 9000 | 254805,5 | 30558737 | |
| Jk | 40462451,7 | 27000 | 286740000 | | | |

Isi Z1Z2

| No | Y | Z1 | Z2 | YZ1 | YZ2 | Z1Z2 |
|--------------|-------------------|--------------|------------------|----------|----------|---------|
| 1 | 4,878 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 5,506 | 30 | 900 | 165,18 | 4955,4 | 27000 |
| 3 | 6,083 | 60 | 3.600 | 364,98 | 21898,8 | 216000 |
| 4 | 6,291 | 90 | 8.100 | 566,19 | 50957,1 | 729000 |
| 5 | 6.361 | 120 | 14.400 | 763320 | 91598400 | 1728000 |
| Total | 6383,758 | 300 | 27000 | 764416,4 | 91676211 | 2700000 |
| Rata2 | 2127,91933 | 100 | 9000 | 254805,5 | 30558737 | 900000 |
| Jk | 40462451,7 | 27000 | 286740000 | | | |

Menghitung b1 dan b2

- Dari rumus

$$b1 = \frac{(\sum x_2^2)(\sum x_1 y) - (\sum x_1 x_2)(\sum x_2 y)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}$$

- Ingat bahwa

$$\sum x_2^2 = \sum (X_2^2) - (\sum X_2)^2 / n$$

karena merupakan rumus varian

- Dan untuk

$$\sum x_1^2 = \sum (X_1^2) - (\sum X_1)^2 / n$$

- Sehingga setiap **nilai varian dan kovarian** harus diselesaikan dulu rumusnya baru nilai dimasukkan untuk menghitung b1 dan b2

Setelah semua varian dan kovarian dimasukkan, maka..

- Diperoleh $b_1 = 26,65$

$$b_2 = -0,118$$

- Dan b_0 dengan rumus diperoleh $b_0 = 4,862$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}_1 - b_2 \bar{X}_2$$

- Persamaan regresi diperoleh

$$Y = 4,862 + 26,65 Z_1 - 0,118 Z_2$$

- Karena Z_1 dan Z_2 merupakan nilai dari X dan X^2 , maka

$$Y = 4,862 + 26,65 X - 0,118 X^2$$

Anova, koefisien determinasi dan kesimpulan

- Kerjakan anovanya, ketemu $F_{hit} = 245,32$, dimana lebih besar dari F tabel 1% sehingga sangat nyata
 - Kesimpulan : respon hasil terhadap pemupukan N dapat diterangkan dengan persamaan kuadrat
- Hitung koefisien determinasi dan ketemu $R^2 = 0,996$
 - Artinya : sebanyak 99,6% keragaman hasil padi diterangkan(dipengaruhi) oleh pemupukan N dengan penduga persamaan regresi kuadrat

BAHAN DISKUSI

- Lakukan analisis untuk regresi polinomial berderajat 2 (regresi kuadrat)
 - Cari datanya
 - Lakukan analisis menduga persamaan regresi kuadrat
 - Hitung anovanya dan koefisien determinasinya
 - Berikan kesimpulan dan interpretasinya



www.DuniaKartu.com